

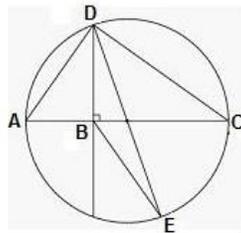
# Matemáticas

## EXAMEN PRIMERA FASE DE LA 3ª OLIMPIADA UNIVERSITARIA DEL CONOCIMIENTO 2013

1. Se tiene la siguiente lista de números: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5,...¿Qué número se encuentra en la posición 2013?
  - a. 340.
  - b. 2013.
  - c. 1011.
  - d. 63.
  - e. 92.
2. ¿Cuánto es un tercio de  $9^{2013}$ ?
  - a.  $3^{4025}$ .
  - b.  $6^{2013}$ .
  - c.  $3^{2013}$ .
  - d.  $9^{671}$ .
  - e.  $9^{2010}$ .
3. Las edades de un padre y su hijo son números primos. El doble del producto de las edades es 2318. Cuando el hijo nació la edad del padre era:
  - a. 70.
  - b. 61.
  - c. 41.
  - d. 19.
  - e. 42.
4. Sea ABCD un rectángulo tal que  $AB=2$  y  $BC=3$ . Sea M el punto medio de AB y sea N en BC tal que  $BN=2$ . ¿Cuánto mide el ángulo MDN?
  - a.  $75^\circ$ .
  - b.  $15^\circ$ .
  - c.  $45^\circ$ .
  - d.  $60^\circ$ .
  - e.  $30^\circ$ .

5. En la siguiente figura AB mide raíz cuadrada de 170 y EB mide 1. Los triángulos DGA, AHB, BEC y CFD son congruentes. ¿Cuánto mide el área del cuadrado EHG?
- 100.
  - 144.
  - 169.
  - 81.
  - 121.
6. En una fiesta todas las personas se saludaban y se despedían con un apretón de manos. Si todos saludaron y despidieron a todos los demás invitados y hubo 240 apretones de manos. ¿Cuántas personas había en la fiesta?
- 10.
  - 22.
  - 24.
  - 16.
  - 20.
7. El torneo mundial de robótica Robocup 2013 se realizó en la ciudad de Eindhoven, Holanda. Un grupo de alumnos de la UNAM que participaron en dicha competencia se trasladaron en tren desde Paris. El viaje de una ciudad a otra dura 225 minutos, en cualquiera de los dos sentidos. Por otra parte, desde Eindhoven parte un tren hacia Paris cada hora, a la hora exacta. Si los universitarios tomaron el tren en Paris a las 12 en punto del medio día, ¿cuántos trenes procedentes de Eindhoven vieron pasar durante el viaje?
- 9.
  - 6.
  - 7.
  - 8.
  - 5.
8. Un número es pardo si cumple ser múltiplo de 2, 4, 7, 19 o 38. ¿Cuántos números menores a 2013 son pardos?
- 40432.
  - 969.
  - 2013.
  - 1295.
  - 1989.

9. Se sabe que Gerardo tiene "a" novias. Si se sabe que  $a = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $x + y + z = 6$ ,  $xy + yz + zx = 18$ . ¿Cuántas novias tiene Gerardo?
- 1.
  - 1.
  - 0.
  - 3.
  - 2.
10. Isabel se planea contratar actores para su siguiente película. Planea contratar dos hombres de entre un grupo de 9 y una mujer de entre un grupo de 3. Después de contratar a las 3 personas que busca anotará sus nombres en una lista por orden alfabético. ¿Cuántas listas distintas se pueden generar para el reparto de la película de Isabel?
- 216.
  - 144.
  - 108.
  - 220.
  - 243.
11. En la siguiente figura: AC es diámetro,  $2 \cdot AB = BC$ , DB es perpendicular a AC y DE es un segundo diámetro. ¿Cuál es la razón entre el área del triángulo DBE con respecto a la del ACD?



- 5.
- 2.
- 3.
- 6.
- 4.

12. ¿Cuál es el menor entero positivo que cumple ser divisible por 1,2,3,4,5,6,7,8,9 y 10?
- a. 0.
  - b. 2520.
  - c. 360.
  - d. 5040.
  - e. 1470.
13. ¿Cuántos enteros positivos menores a 10000 cumplen que son capicúas pero que no son divisibles por 11? Nota: Un número es capicúa si al leerse de izquierda a derecha se obtiene el mismo número que al leerse de derecha izquierda.
- a. 75.
  - b. 85.
  - c. 2013.
  - d. 121.
  - e. 95.
14. ¿Cuál es el resultado de la suma  $\ln(1/2) + \ln(2/3) + \ln(3/4) + \dots + \ln(2012/2013)$ ?
- a.  $-\ln(2012)$ .
  - b.  $\ln(1005/1006)$ .
  - c.  $\ln(2013)$ .
  - d.  $\ln(1/2013)$ .
  - e.  $\ln(2012/2013)$ .
15. Sea ABC un triángulo con D un punto sobre el segmento AC. Si se tiene que  $AB=AC$ , BD es perpendicular a AC, AD y CD son enteros y  $BD^2=57$ . De todos los triángulos que cumplen estas hipótesis, el menor valor posible para AC es:
- a. 9.
  - b. 8.
  - c. 11.
  - d. 10.
  - e. 7.
16. ¿Cuántas soluciones enteras tiene la ecuación  $a^2 = 1999 - b^2$ ?
- a. 3.
  - b. 2.
  - c. 0.
  - d. Una infinidad.
  - e. 1.

17. Sea ABCD un cuadrilátero convexo, supongamos que los lados AB, BC, CD y AD miden 3, 4, 12 y 13, respectivamente; además el ángulo CBA mide 90 grados. ¿A cuánto es igual el área del ABCD?
- 30.
  - 36.
  - 25.
  - 28.
  - 40.
18. Si  $x^2 + y^2 = 10xy$ , ¿a cuánto es igual el resultado de dividir  $(x^2 - y^2)^2$  entre  $(x-y)^4$ ?
- $2/3$ .
  - $3/2$ .
  - 1.
  - $3/4$ .
  - $1/2$ .
19. En un cuadrado ABCD, se tiene que X es el punto medio de AB y Y es el punto medio de BC. Las rectas XC y AY se interceptan en un punto Z. ¿Cuánto mide ZX?
- $(2/3)XC$ .
  - $(1/2)XC$ .
  - $(1/4)XC$ .
  - $(3/4)XC$ .
  - $(1/3)XC$ .
20. Tu profesor José Arturo escribió en un pizarrón todas las parejas (a,b) tales que  $a < 201$ , a-b es primo y ab es un cuadrado perfecto. ¿Cuántas parejas escribió tu profesor en el pizarrón?
- 3.
  - 39.
  - 68.
  - 11.
  - 7.